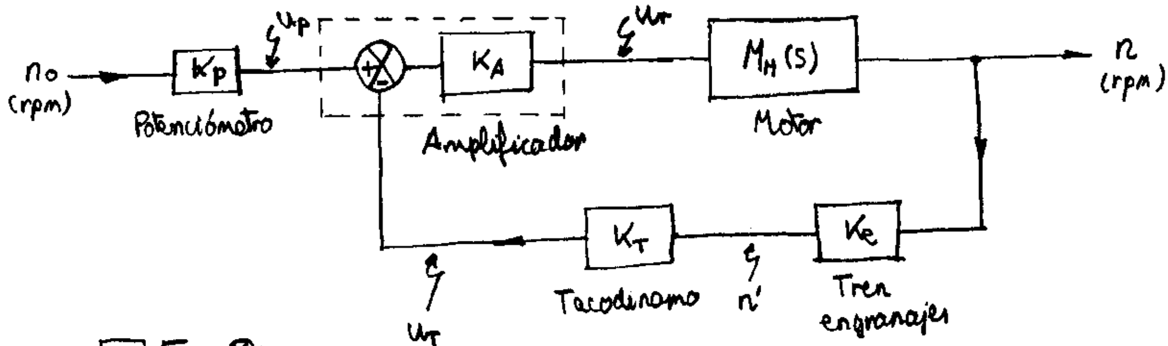
RESOLUCIÓN PROBLEMA

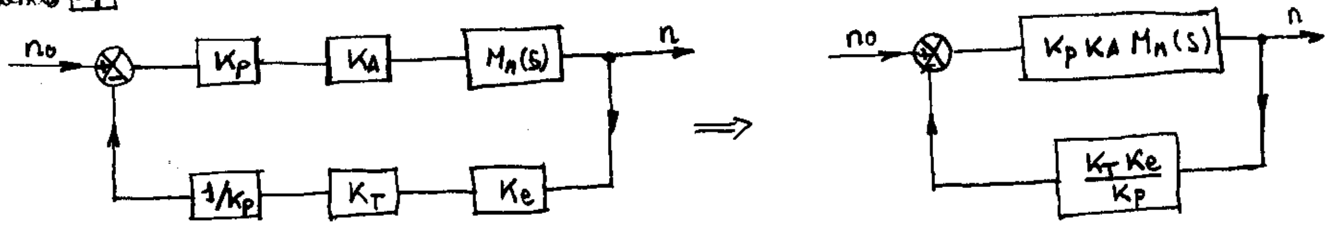
a) Potenciómetro: $\dfrac{5000\,rpm}{10\,V} = \dfrac{n_0}{u_p} \Longrightarrow K_p = \dfrac{u_p}{n_0} = \dfrac{10\,V}{5000\,rpm} = 2\cdot 10^{-3}\ \dfrac{V}{rpm}$

Engranajes: $K_e = \dfrac{n'}{n} = \dfrac{\text{nº dientes rueda motor}}{\text{nº dientes rueda tacodinamo}} = \dfrac{48}{12} = 4$

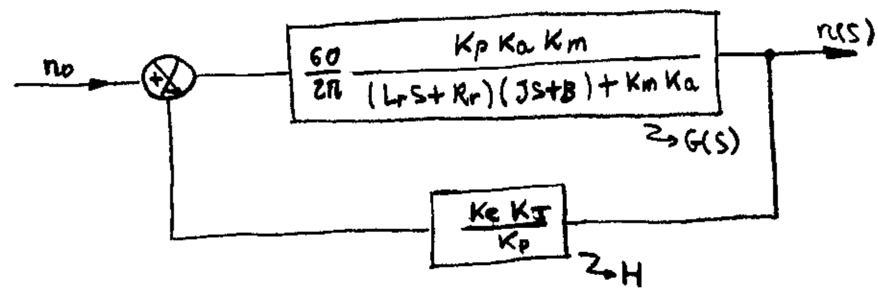
b)



c) Pasando $\boxed{K_p}$ tras ⊗:



Forma canónica:



d) Función de transferencia:

$$M(S) = \frac{n(S)}{n_0} = \frac{G(S)}{1+G(S)H} = \frac{\frac{60}{2\pi} K_p K_A K_m}{(L_r S + R_r)(JS+B) + K_m K_a + \frac{60}{2\pi}\cancel{K_p} K_A K_m \frac{K_e K_T}{\cancel{K_p}}} =$$

$$= \frac{\frac{60}{2\pi} K_p K_A K_m}{L_r J S^2 + (L_r B + J R_r) S + R_r B + K_m K_a + \frac{60}{2\pi} K_A K_m K_e K_T}$$

Substituyendo ahí los valores:

$K_p = 2\cdot 10^{-3}\dfrac{V}{rpm}$, $K_A = 100$, $K_m = 2.62\cdot 10^{-2}$ N·m/A, $K_a = 1.53\times 10^{-2}\ \dfrac{V}{rad/s}$

$R_r = 10\,\Omega$, $L_r = 10^{-3}\,H$, $J = 10^{-4}$ Kg·m², $B = 10^{-5}$ N·m·s/rad, queda:

$$M(S) = \frac{5\times 10^{-2}}{10^{-7} S^2 + 10^{-3} S + (5\cdot 10^{-4} + 100 K_T)}$$

(teniendo en cuenta que K_T se considera en $\frac{V}{rpm}$)

e) Multiplicando numerador y denominador por 10^7 queda:

$$M(S) = \frac{5\ 10^5}{S^2 + 10^4 S + (5\ 10^3 + 10^9 K_T)}$$

e identificando el denominador:

$$\underbrace{S^2 + 10^4 S + 5\ 10^3 + 10^9 K_T}_{} = S^2 + \underbrace{2\xi\omega_n}_{} S + \underbrace{\omega_n^2}_{} \Longrightarrow \begin{cases} \omega_n = \sqrt{5\,10^3 + 10^9 K_T} \\ \xi = \dfrac{10^4}{2\omega_n} = \dfrac{5\cdot 10^3}{\sqrt{5\cdot 10^3 + 10^9 K_T}} \end{cases}$$

Victor R Glez.

11/03/2002

f) $\xi > 1 \Rightarrow 5\cdot 10^3 > \sqrt{5\cdot 10^3 + 10^9 K_T} \Rightarrow K_T < \dfrac{25\cdot 10^6 - 5\cdot 10^3}{10^9} = 25\cdot 10^{-3}\ \dfrac{V}{rpm}$

luego para que exista sobreamortiguamiento debe ser: $\underline{K_T < 25\ \dfrac{mV}{rpm}}$,

y para subamortiguamiento: $K_T > 25\ \dfrac{mV}{rpm}$

g) Si $K_T = 0.5\ \dfrac{mV}{rpm} \Rightarrow \begin{cases} \omega_n = \sqrt{5\,10^3 + 5\,10^5} = 711\ rad/s \\ \underline{\xi} = \dfrac{10^4}{2\omega_n} = \underline{7.03\ s^{-1}} \end{cases}$

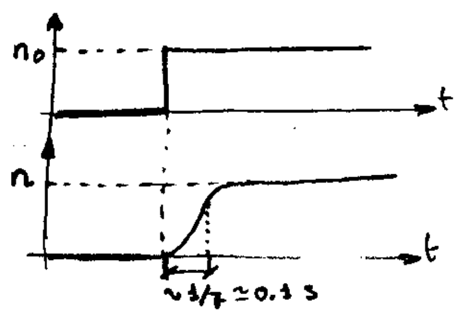
Si $K_T = 50\ \dfrac{mV}{rpm} \Rightarrow \begin{cases} \omega_n = \sqrt{5\,10^3 + 5\,10^7} = 7071\ rad/s \\ \underline{\xi} = \dfrac{10^4}{2\omega_n} = \underline{0.707\ s^{-1}} \end{cases}$

Como en este caso es subamortiguado, se puede calcular el sobreimpulso y el tiempo de pico:

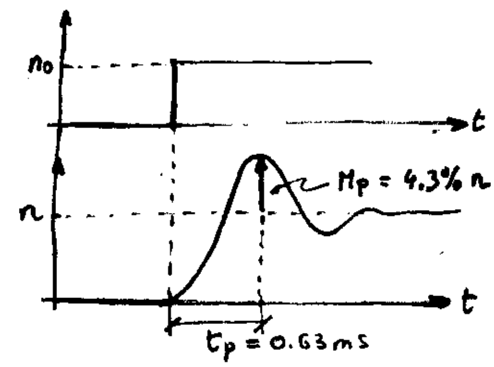
$$M_p = e^{-\frac{0.707\pi}{\sqrt{1-(0.707)^2}}} = e^{-\pi} = 0.043 \Rightarrow \underline{M_p = 4.3\%}$$

$$\underline{t_p} = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{\pi}{7071\sqrt{1-(0.707)^2}} = \underline{6.3\cdot 10^{-4}\ s} = 0.63\ ms$$

h) $K_T = 0.5\ \dfrac{mV}{rpm}$:



$K_T = 50\ \dfrac{mV}{rpm}$:



i) Aplicamos el criterio de Routh al denominador de $H(s)$: $10^{-7}s^2 + 10^{-3}s + (5\cdot 10^{-4} + 100 K_T)$

s^2	10^{-7}	$5\cdot 10^{-4} + 100K_T$
s	10^{-3}	0
1	$5\,10^{-4} + 100K_T$	

Para que no exista cambio de signo en la 1ª columna (y todas las raíces tengan parte real negativa) debe ser:

$$5\cdot 10^{-4} + 100K_T > 0 \Rightarrow K_T > -\frac{5\cdot 10^{-4}}{100}$$

es decir, $\underline{K_T > -5\ \mu V/rpm}$ para que el sistema sea estable.

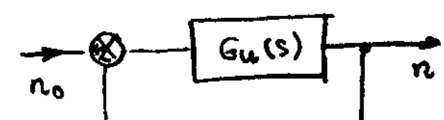
(En realidad los valores negativos no tienen significado y debe ser $K_T > 0$).

j) La función de transferencia en lazo abierto del sistema con realimentación unitaria equivalente a la forma canónica determinada en c) es:

$$G_u = \frac{G}{1+G(H-1)} = \frac{\frac{60}{2\pi}K_P K_A K_m}{(L_r s + R_r)(Js+B) + K_m K_a + \frac{60}{2\pi}K_A K_m (K_e K_T - K_P)} =$$

$$= \frac{5\cdot 10^{-2}}{10^{-7}s^2 + 10^{-3}s + (5\cdot 10^{-4} + 100K_T - 5\cdot 10^{-2})}$$

no hay integraciones netas luego es de tipo 0.



Víctor R. Glez.

[redacted]

11/03/2002

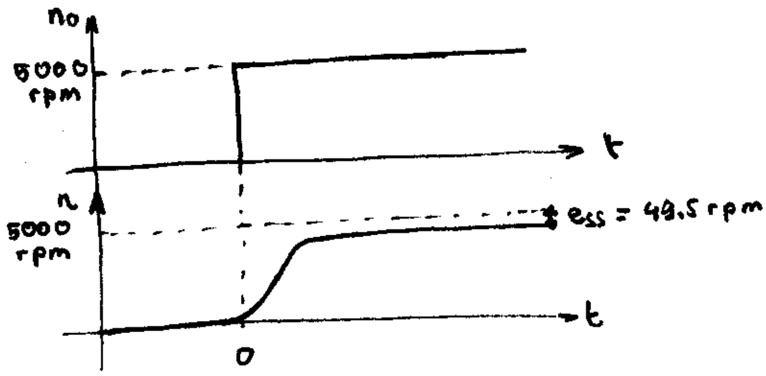
k) Si la entrada es un escalón: $r(t) = \begin{cases} 5000 \text{ rpm} & \text{si } t > 0 \\ 0 \text{ rpm} & \text{si } t \leq 0 \end{cases}$, su transformada de Laplace es:

$$R(s) = \frac{5000}{s}$$

de modo que:
$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \cancel{s} \frac{1}{1 + G_{u}(s)} \frac{5000}{\cancel{s}} = \frac{5000}{1 + \lim_{s \to 0} G_{u}(s)} =$$

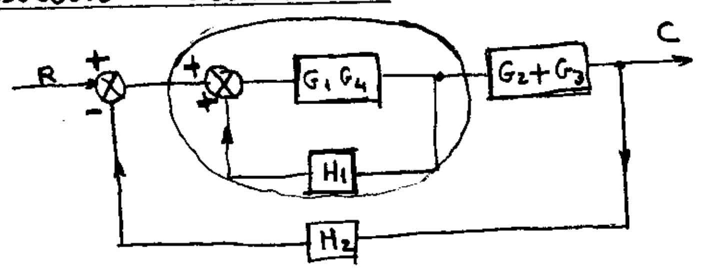
$$= \frac{5000}{1 + \dfrac{5 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-4} + 100 K_T - 5 \cdot 10^{-2}}} \text{ rpm}$$

Si $K_T = 0.5 \frac{mV}{rpm} \Rightarrow \underline{e_{ss}} = \dfrac{5000}{1 + \dfrac{5 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-4}}} = \dfrac{5000}{1+100} = \underline{49.5 \text{ rpm}}$

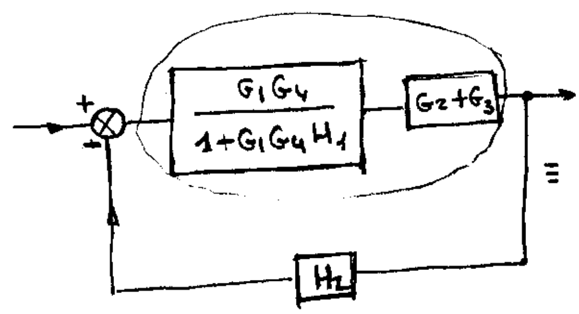


— o —

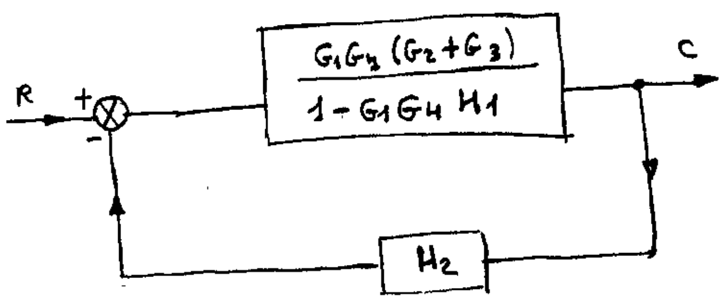
RESOLUCIÓN CUESTIÓN 2:



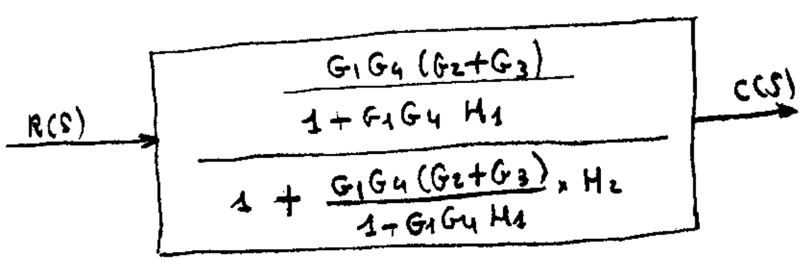
≡



≡

≡ 

es la forma canónica ≡

≡ 

, luego:

$$\underline{M(s)} = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1 (G_2+G_3) G_4}{1 + G_1 G_4 H_1 + G_1 (G_2+G_3) G_4 H_2} = \frac{G_1 (G_2+G_3) G_4}{1 - G_1 G_4 [H_1 + (G_2+G_3) H_2]} =$$

$$= \frac{G_2+G_3}{\frac{1}{G_1 G_4} - H_1 + (G_2+G_3) H_2}$$

— o —

Víctor R. Glez

11/03/2002